

**Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Инженерно-физический факультет высоких технологий**

В.В. Учайкин, Морозова Е.В.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

для студентов 2 курса инженерно-физического факультета высоких технологий  
всех форм обучения

Ульяновск, 2019

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» / составитель: В.В. Учайкин, Е.В. Морозова. - Ульяновск: УлГУ, 2019.

Настоящие методические указания предназначены для студентов для студентов 2 курса инженерно-физического факультета высоких технологий всех форм обучения, изучающих дисциплину «Теория вероятностей и математическая статистика». В работе приведены литература по дисциплине, основные темы, литература для изучения теоретического материала, тесты для самостоятельной работы.

Студентам заочной формы обучения следует использовать данные методические указания при самостоятельном изучении дисциплины. Студентам очной формы обучения они будут полезны при подготовке к практическим занятиям и к экзамену по данной дисциплине.

*Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым советом Инженерно-физического факультета высоких технологий УлГУ (протокол № 11 от 18 июня 2019 г.).*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Литература для изучения дисциплины.....	4
2. Тема 1. Вероятность.....	4
3. Тема 2. Случайные величины.....	7
4. Тема 3. Распределения вероятностей.....	9
5. Тема Нормальное распределение .....	11
6. Тема 5. Статистическое оценивание параметров .....	14

## 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 — 479 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/431095>
2. Малугин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / В. А. Малугин. — Москва: Издательство Юрайт, 2019 — 470 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05470-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/441337>
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019 — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431167>

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### ТЕМА 1. ВЕРОЯТНОСТЬ

#### Основные вопросы темы:

1. Вероятность.
2. Условная вероятность.
3. Действия над вероятностями.
4. Независимость событий.
5. Теорема о полной вероятности.
6. Теорема Байеса.

#### Задания для самостоятельной работы:

- 1) Монета бросается три раза. Найти вероятности событий  $A$  (выпадут) три герба,  $B$  (выпадет один герб),  $C$  (выпадут два герба),  $D$  (первым выпадет герб, второй – решка),  $E$  (первым выпадет герб,  $F$  (два первых раза выпадет герб),  $G$  (по меньшей мере два раза подряд выпадет герб),  $H$  не более двух раз выпадет герб.
- 2) Дважды бросается игральный кубик и результат записывается в виде пары чисел  $(X, Y)$ . Найти вероятности 1)  $P(X+Y=8)$ , 2)  $P(X-Y=2)$ , 3)  $P(|X-Y|=2)$ , 4)  $P(X<Y)$ , 5)  $P(X \geq Y)$ , 6)  $P(X=Y)$ , 7)  $P(X \neq Y)$ .
- 3) В круг вписан квадрат. Найти вероятность попадания в квадрат случайной точки с равномерным по кругу распределением.
- 4) В колоде 36 карт четырех мастей. Какова вероятность того, что наугад взятая карта окажется: 1) бубновой масти? 2) бубновым валетом? 3) валетом (любой масти)?
- 5) Куб с окрашенными гранями распилен на тысячу одинаковых кубиков. Какова вероятность того, что наугад выбранный кубик будет иметь  $A$ ) три окрашенных грани?

- В) две окрашенных грани?  
 С) ровно одну окрашенную грань?  
 D) хотя бы одну окрашенную грань?  
 E) ни одной окрашенной грани?
- 6) В первой урне находятся один белый и два черных шара, во второй – два белых и один черный. Случайно выбирается урна (с вероятностью  $3/4$  – первая, с вероятностью  $1/4$  – вторая) и из выбранной урны вынимается наугад один шар. Если этот шар оказывается черным, какова вероятность того, что он вынут из первой урны?
- 7) Замок состоит из пяти дисков, каждый из которых может быть установлен в 10 позиций (0, 1, ..., 9). Какова вероятность открыть замок, набрав пять цифр наугад?
- 8) Игральный кубик бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков будет больше десяти при условии, что 1) на одном из кубиков выпадет шестерка? При условии, что 2) на первом кубике выпадет шестерка?
- 9) Бросаются два кубика, результат записывается в виде  $(X, Y)$ . Найти  $P(X=4)$  и  $P(X=4|X+Y \geq 8)$ .
- 10) Один из стрелков дает 80% попаданий в цель, а другой 70%. Найти вероятность поражения цели, если оба стреляют одновременно.

## ТЕМА 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

### Основные вопросы темы:

1. Случайные величины.
2. Функция распределения вероятности.
3. Числовые характеристики случайных величин.
4. Ковариация.
5. Свойства математического ожидания.
6. Свойства дисперсии.
7. Коэффициент корреляции.

### Задания для самостоятельной работы:

- 1) Найти среднее значение, дисперсию, медиану случайной величины с плотностью  $f(x) = \frac{x}{2}, 0 \leq x \leq 2$ .
- 2) Дана плотность распределения случайной величины  $f_{\xi}(x) = 2x - 1, 0 < x < 1$ .  
Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) медиану.
- 3) Дана плотность распределения случайной величины  $f_{\xi}(x) = 3e^{-3x}, -\infty < x < \infty$ .  
Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию.
- 4) Дана плотность распределения случайной величины  $f_{\xi}(x) = 2a\left(\frac{x}{a} - 1\right), 0 < x < 2$ .  
Найти: а) нормировочную постоянную  $a$ , б) математическое ожидание, в) второй момент.
- 5) Найти среднее значение и дисперсию биномиального распределения.

- 6) В круг вписан квадрат. Найти вероятность попадания в квадрат случайной точки с равномерным по кругу распределением.
- 7) В колоде 36 карт четырех мастей. Какова вероятность того, что наугад взятая карта окажется: 1) бубновой масти? 2) бубновым валетом? 3) валетом (любой масти)?

### ТЕМА 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

#### Основные вопросы темы:

1. Биномиальное распределение.
2. Геометрическое распределение.
3. Пуассоновское распределение.
4. Равномерное распределение.
5. Показательное распределение.
6. Распределение Коши.

#### Задания для самостоятельной работы:

- 1) Найти среднее значение и дисперсию биномиального распределения.
- 2) Проверить нормировку пуассоновского распределения  $p_k \equiv \frac{a^k}{k!} e^{-a}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$
- 3) Найти среднее значение, дисперсию и относительные флуктуации равномерного на  $[a, b]$  распределение.

### ТЕМА 4. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

#### Основные вопросы темы:

1. Нормальное распределение.
2. Нахождение вероятностей для нормально распределенной с.в.  $Z$  по таблице.
3. Предельные теоремы.

#### Задания для самостоятельной работы:

1. Какова вероятность того, что при 500 бросаниях игральной кости единица выпадет не более, чем в 90 случаях?
2. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы с 99%-ной уверенностью можно было ожидать появления шестерки с частотой в интервале  $(1/6 - 0,05; 1/6 + 0,05)$ ?
3. Вероятность появления события при одном опыте 0,3. С какой вероятностью частота этого события при 100 опытах будет лежать в интервале  $(0,2; 0,4)$ ?
4. С.в.  $\xi$  распределена по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ . Выразите *вероятную ошибку*  $\Delta > 0$  определяемую уравнением  $P(-\Delta < \xi < \Delta) = \frac{1}{2}$ , через стандартное отклонение  $\sigma$ .
5. Задана стандартная с.в.  $\xi$ . Найти вероятность событий  $\xi < 1.60$ ,  $\xi < -1.60$ ,  $1.55 < \xi < 1.69$ ,  $-2 < \xi < 0.45$ .
6. С.в.  $\xi$  распределена нормально, причём  $P(\xi > 7) = 0.05$  и  $P(\xi < 5) = 0.50$ . Найти  $P(4 < \xi < 6)$ .

## ТЕМА 5. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ

### Основные вопросы темы:

1. Выборочное среднее.
2. Случайная ошибка.
3. Распределение основных оценок
4. Доверительные интервалы

### Задания для самостоятельной работы:

1. По выборке  $\{-0.46, 0.06, 1.49, -1.02, 1.39, 0.91, 1.18, -1.5, -0.69, 1.37\}$  оценить дисперсию соответствующей с.в. с известным м.о. равным 0.
2. Считая в предыдущей задаче м.о. неизвестным, оценить м.о. и дисперсию. Значение м.о. округлить до сотых.
3. В результате измерений получен набор знакопеременных значений  $\xi_1, \dots, \xi_{117}$  случайных величин  $\xi$  с неизвестным м.о. и дисперсией. Найдено, что  $\sum \xi_i = 15$ ,  $\sum \xi_i^2 = 801$ . Найти оценки м.о. и стандартного отклонения.